

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Инженерно-физический факультет высоких технологий

Кожемякина Е.В.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Численные методы и математическое моделирование»

Ульяновск, 2019

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Численные методы и математическое моделирование» / составитель: Е.В.Кожемякина. - Ульяновск: УлГУ, 2019.

Настоящие методические указания предназначены для студентов бакалавриата по направлению «Физика», «Радиофизика», «Материаловедение и технологии материалов», «Техносферная безопасность», «Инноватика», «Управление качеством», «Наноинженерия», «Нефтегазовое дело» и специалитета «Наземные транспортно-технологические средства» всех форм обучения, изучающих дисциплину «Численные методы и математическое моделирование». В работе приведены литература по дисциплине, основные темы курса и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля, тесты для самостоятельной работы.

Студентам заочной формы обучения следует использовать данные методические указания при самостоятельном изучении дисциплины. Студентам очной формы обучения они будут полезны при подготовке к практическим занятиям и к экзамену по данной дисциплине.

Рекомендованы к введению в образовательный процесс Ученым советом Инженерно-физического факультета высоких технологий УлГУ (протокол № 11 от 18 июня 2019 г.).

1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Бахвалов Николай Сергеевич, Численные методы : учеб. пособие для физ.-мат. спец. вузов / Бахвалов Николай Сергеевич, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 4-е изд. - М. : Бином : Лаборатория знаний, 2006. - 636 с. - (Классический университетский учебник). - Библиогр.: с. 624. - ISBN 5-94774-396-5 (в пер.) : 45.80.
2. Формалев В. Ф. Численные методы [Электронный ресурс] / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников; Формалев В. Ф. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 398 с. - Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks. - ISBN 5-9221-0479-9.
3. Саенко Вячеслав Владимирович. Численные методы и математическое моделирование : лаб. работы / Саенко Вячеслав Владимирович; УлГУ. - Ульяновск : УлГУ, 2012. - 92 с. - Библиогр.: с. 90-91. - б/п..
4. Звонарев С. В. Основы математического моделирования: учебное пособие : Рекомендовано методическим советом Уральского федерального университета для студентов вуза, обучающихся по направлению подготовки 11.03.04 — Электроника и наноэлектроника / С. В. Звонарев ; научный редактор В. Г. Мазуренко ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина. — Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2019. — 112 с. — ISBN 978-5-7996-2576-4.<http://hdl.handle.net/10995/68494>

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Тема 1. Понятие о численных методах и математическом моделировании.

Основные вопросы темы:

Математическое моделирование. Численный метод. Алгоритм решения. Абсолютная и относительная погрешности. Корректность и обусловленность вычислительной задачи. Виды вычислительных методов. Корректность, сложность, устойчивость и обусловленность алгоритмов. Структура погрешности. Четыре источника погрешности: математическая модель, исходные данные (неустраняемая погрешность), приближенный метод, округления при вычислениях. Корректность задачи.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в учебнике [1], глава 8, стр. 8-25.

В книге [2], глава 1, стр.11-15.

В методическом пособии [3], стр. 45-47.

Контрольные вопросы.

1. Что такое математическая модель?
2. Что такое абсолютная и относительная погрешности?
3. Из чего складывается погрешность при решении задач численными методами на ЭВМ?

4. На какие классы можно разделить все методы решений? Дайте описание каждого класса.
5. Какие задачи называются корректными, устойчивыми и плохо обусловленными?

Тема 2. Интерполирование функций, аппроксимация.

Основные вопросы темы:

Задача и способы интерполирования и аппроксимации функций, построение интерполяционного полинома Лагранжа по заданным значениям функции, погрешность многочлена Лагранжа, построение интерполяционного полинома Ньютона по заданным значениям функции, погрешность многочлена Ньютона, интерполяция функции кубическими сплайнами, погрешность метода сплайнов, двумерная интерполяция, метод средних и метод наименьших квадратов, нелинейная аппроксимация.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в учебнике [1], глава 2, параграфы 2, 5, стр. 39-42, 45-47.

В книге [2], глава 3, параграф 3.2.

В методическом пособии [3], стр. 17-33.

Контрольные вопросы.

1. В каких случаях применяются интерполяционные многочлены?
2. В чем состоит задача интерполирования?
3. Что такое узлы интерполирования и условия интерполирования?
4. Записать выражение для интерполяционного многочлена Лагранжа.
5. Что такое разделенные разности? Запишите выражения.
6. Что такое погрешность интерполирования? Какая существует оценка для погрешностей многочленов Лагранжа и Ньютона?
7. Что такое оптимальные узлы интерполирования?
8. Дайте определение кубического сплайна.
9. Какие условия накладываются на сплайны из соседних интервалов при их стыковке в узлах?
10. В чем преимущество и недостатки рассмотренных методов интерполирования?

Тесты для самостоятельной работы:

1. Узлы интерполяции это:

- Значение функции $y = f(x)$ в некоторых точках $x_i, i = 1, 2, \dots, n$;
- Значения аргументов x_i , для которых известны значения интерполируемой функции $f(x_i)$;
- Любое значение $x_i, i = 1, 2, \dots, n$, из области определения $f(x)$;
- Фактор $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ исследуемых явлений $y = f(x)$;
- Промежуточные значения $y = f(x)$;

2. Геометрически задача интерполяции означает :

- Построение кривой, проходящей через заданное множество точек $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$;
- Построение интервала, в котором определена заданная функция ;
- Построение прямой, проходящей через узлы интерполяции $x_i, i = 1, 2, \dots, n$;
- Построение множества кривых проходящих через заданное множество точек $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, n$;

3. Что из этих терминов характеризует понятие интерполяция

- А) таблица функций;
- Б) искомые промежуточные значения функции; x_i принадлежат некоторому заданному отрезку $[a, b]$;
- В) поиск промежуточных значений;
- Г) узлы интерполяции;
- Д) искомые промежуточные значения функции x_i не принадлежат некоторому заданному отрезку $[a, b]$;
- Е) замена функции другой, близкой к исходной

4. Какой класс приближающих функции чаще всего применяют при интерполировании?

- полиномиальные функции, коэффициенты которых зависят от координат и значений функции в узлах;
- тригонометрические функции, имеющие отношение к рядам Фурье;
- логарифмические функции.

5. Сплайн - интерполяция - это:

- интерполяция, использующая показательные функции
- кусочно-полиномиальная интерполяция
- интерполяция, использующая тригонометрические функции
- кусочно-постоянная функция

Тема 3. Численное интегрирование.

Основные вопросы темы:

Задача численного интегрирования, Квадратурные формулы Ньютона-Котеса, численное интегрирование по простейшим формулам (методы прямоугольников, трапеций), составные квадратурные формулы трапеций и Симпсона, интегрирование с автоматическим выбором количества узлов методом Рунге; квадратурные формулы Гаусса-Кристоффеля, приемы приближенного вычисления несобственных интегралов.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в учебнике [1], глава 3, параграфы 1,2,3, стр. 86-98.

В методическом пособии [3], стр. 35-44.

Контрольные вопросы.

1. В чем состоит основная идея методов вычисления определенных интегралов?
2. Дайте определение квадратурной формулы, узлам квадратурной формулы и погрешности квадратурной формулы.
3. Запишите формулы левых, средних и правых прямоугольников. Сформулируйте основную идею метода прямоугольников, дайте геометрическую интерпретацию.
4. Получите выражение для погрешности формулы средних прямоугольников для частичного отрезка.
5. Получите выражение для формулы трапеций на частичном отрезке и дайте геометрическую интерпретацию этого метода.
6. Получите выражение для формулы Симпсона на частичном отрезке и дайте геометрическую интерпретацию этого метода.
7. Какой из рассмотренных методов является более точным и почему?

Тесты для самостоятельной работы:

1. *Погрешность вычисления определенного интеграла можно уменьшить, если*

- увеличить число точек разбиений интервала
- повысить степень используемых для интегрирования полиномов
- уменьшить число точек разбиений интервала
- понизить степень используемых для интегрирования полиномов

2. *Задача приближенного интегрирования состоит в вычислении*

- определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах
- интегральной суммы, заменяющий определенный интеграл на данном интервале
- неопределенного интеграла по значениям подынтегральной функции в узлах
- определенного интеграла по значениям подынтегральной функции в произвольных точках
- корней системы линейных алгебраических уравнений на данном интервале

3 *Подынтегральная функция $f(x)=x^2$. Применение какого численного метода даст наиболее точное вычисление интеграла?*

- Симпсона
- трапеций
- правых прямоугольников
- левых прямоугольников
- средних прямоугольников

Тема 4. Численное дифференцирование.

Основные вопросы темы:

Вывод формул численного дифференцирования на основе разностного оператора, алгоритм Эйлера и Эйлера-Кромера, Рунге-Кутта, Верле и Липфроза, алгоритм Рунге-Кутты второго и четвертого порядка.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в учебнике [1], глава 8, параграфы 1,2, стр. 361-368.

В книге [2], глава 4, параграф 4.1, 4.2, 4.3, стр. 150-156.

В методическом пособии [3], стр. 45-52.

Контрольные вопросы.

1. Сформулируйте задачу Коши.
2. Что такое метод Эйлера? Запишите рекуррентную формулу и приведите алгоритм решения.
3. Получите порядок точности метода Эйлера.
4. В чем состоит отличие методов Рунге-Кутта от метода Эйлера?
5. Приведите алгоритм решения дифференциального уравнения Методом Рунге-Кутта.

Тесты для самостоятельной работы:

1. Если задача сформулирована так : найти решение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) $y' = f(x, y, y')$ в виде функции $y(x)$, удовлетворяющей начальным условиям $y(x_0) = y_0$, то она относится к

- задаче Коши
- решению ОДУ
- краевой задаче
- решению уравнений в частных производных

2. Способ решения обыкновенного дифференциального уравнения по методу Эйлера относится к

- численному
- задаче Коши
- аналитическому
- графическому
- одношаговым методам
- многошаговым методам

3. Приближенные методы решения задачи Коши можно разделить на 2 группы:

- a) аналитические и численные
- b) аналитические и графические
- c) систематические и численные
- d) систематические и случайные
- e) приближенные и непрближенные

4. Удобство применения метода Эйлера при решении уравнения $y''=f(x)$ заключается в следующем:

- нет необходимости выражать производные высоких порядков для правой части в аналитическом виде
- нет необходимости выражать первой производной для правой части в аналитическом виде
- знание аналитического выражения для первой производной правой части уравнения
- знание аналитического выражения для производной любого порядка правой части уравнения

Тема 5. Моделирование случайной величины с заданным законом распределения.

Основные вопросы темы:

Дискретные случайные величины, непрерывные случайные величины, равномерно распределенная случайная величина, метод обратной функции, гистограммная оценка плотности распределения плотности вероятности.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в методическом пособии [3], стр. 53-63.

Контрольные вопросы.

1. Дать определение дискретной случайной величины.
2. Дать определение математического ожидания случайной величины и сформулировать основные свойства.
3. Дать определение дисперсии случайной величины и сформулировать основные свойства.
4. Дать определение равномерно распределенной случайной величины и записать плотность распределения для этой случайной величины.
5. Сформулировать основную теорему метода обратной функции.
6. Дайте определение основным составным частям гистограммы.

Тема 6. Метод Монте-Карло.

Основные вопросы темы:

Метод вычисления математического ожидания, Общая схема метода, метод Монте-Карло для вычисления интегралов, точность метода Монте-Карло, примеры моделирование случайных процессов методом Монте-Карло.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в методическом пособии [3], стр. 64-71.

В учебнике [1], глава 5, параграф 8, стр. 232-236.

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение сходимости вероятности.
2. Сформулируйте закон больших чисел.
3. Что такое псевдослучайные числа?
4. Расскажите суть метода Монте–Карло.
5. Приведите метод Монте-Карло для вычисления интегралов. Сформулируйте основные идеи.
6. В чем преимущества и недостатки метода Монте–Карло?

Тема 7. Типы математических моделей.

Основные вопросы темы:

Структурные и функциональные модели, дискретные и непрерывные модели, линейные и нелинейные модели, линеаризация, детерминированные и вероятностные модели, другие типы моделей.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в методическом пособии [4], глава 1,2 стр. 7-37.

Контрольные вопросы.

1. Что такое модель и моделирование?
2. Назовите цели моделирования.
3. Какие существуют виды моделирования?
4. Перечислите свойства моделей.
5. Какие формы представления моделей вам известны?
6. Назовите отличие идеального моделирования от материального.
7. Что такое когнитивная модель? 8. Какие модели называют содержательными?
9. Назовите разновидности содержательных моделей.
10. Чем концептуальная модель отличается от содержательной?
11. Какие виды концептуальных моделей вы знаете?
12. По каким классификационным признакам можно под-разделять модели?
13. Какие модели в зависимости от способа представления объекта вы знаете?

Тема 8. Построение математической модели.

Основные вопросы темы:

О содержательной модели, формулирование математической задачи, задачи анализа и синтеза, определяющие соотношения, подбор эмпирической формулы, о размерностях величин, подобие объектов, конечные уравнения, уравнения для функций одного аргумента, уравнения для функций нескольких аргументов, задачи на экстремум с конечным числом степеней свободы, задачи на экстремум с искомой функцией, о применимости математического анализа.

Рекомендации по изучению темы:

Вопросы изложены в методическом пособии [4], глава 1,2 стр. 38-81.

Контрольные вопросы.

1. Перечислите основные этапы процесса построения математической модели.
2. Дайте определения концептуальной и математической постановкам задачи.
3. С какой целью применяется проверка адекватности модели?
4. Опишите два принципа построения модели.
5. Какие подходы к построению математической модели вам известны? В чем они заключаются?
6. Сформулируйте составляющие погрешности при использовании численных методов.
7. Дайте определение корректности математической модели.
8. Перечислите основные этапы цикла вычислительного эксперимента.
9. Что составляет основу вычислительного эксперимента?
10. В чем отличие и сходство лабораторного и вычислительного эксперимента?
11. Каким требованиям должен соответствовать вычислительный алгоритм?
12. Назовите этапы создания программы для расчетов.
13. Перечислите преимущества вычислительного эксперимента.
14. В каких областях применяется вычислительный эксперимент?
15. Что такое имитационное моделирование?
16. Какие можно выделить виды имитационного моделирования?
17. В каких областях применяется имитационное моделирование?
18. В чем заключается метод статистического моделирования?
21. Что такое псевдослучайные числа?
22. Приведите несколько примеров математических моделей для описания физических процессов.